UNIVERSITÉ INTERNATIONALE DE CASABLANCA

Nous innovons pour votre réussite !

École d'ingénierie

Contrôle en Algèbre linéaire

Durée (2h : 00 mn)

CPI2

Prof. : A.Ramadane

23-05-2016

Université Internationale de Casablanca

LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES

LAUREATE SOMED EDUCATION HOLDING • Zénith Millénium, Bâtiment 6, Lot Attawfiq, Sidi Màarouf Casablanca • Tél : 05 29 02 37 00 • Fax : 05 22 78 61 04
Capital social: 111, 830,000.00 dhs • Taxe professionnelle 37983111 • N°RC 214245 • N°IF 40192279
| www.uic.ac.ma |

Exercice 1 : (5 points)

Soit V^3 et sa base usuelle C =$(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, soit une application linéaire

T : $V^3 \longrightarrow V^3$ telle que

$T(x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k})$ = (x+y+3z) $\vec{i}$ + (x + 2 y +z) $\vec{j}$ + (x+y+3z) $\vec{k}$

a) Donner $[T]_C$ la matrice représentative de T dans la base de C
b) Quelle est la dimension de Ker(T)
c) Donner une base de Im(T) et le rang de T.
d) Montrer que le vecteur $-\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ appartient à l'image de T.

Résoudre le système $\begin{cases} x + y + 3z = -1 \\ x + 2y + z = 2 \\ x + y + 3z = -1 \end{cases}$

Exercice 2:(5 points)

Soit la matrice A = $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

a) Donner le polynôme caractéristique de A ainsi que ses valeurs propres.
b) Donner une base de chaque sous-espace propre de A.
c) Est-ce que A est diagonalisable ? Justifier
d) A est elle inversible ? Déduire Ker(A)

LAUREATE SOMED EDUCATION HOLDING • Zénith Millénium, Bâtiment 6, Lot Attawfiq, Sidi Mâarouf Casablanca • Tél : 05 29 02 37 00 • Fax : 05 22 78 61 04
Capital social: 111, 830,000.00 dhs • Taxe professionnelle 37983111 • N°RC 214245 • N°IF 40192279
| www.uic.ac.ma |

ercice 3: (6 points)

Soit la matrice $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & -2 \\ 2 & -1 & -2 \\ 2 & -2 & -1 \end{bmatrix}$

a) Donner le polynôme caractéristique de A.

b) Vérifier que $[\,1\ \ 1\ \ 1\,]^t$ est un vecteur propre de A.

c) Donner les valeurs propres de A ainsi que leur multiplicité algébrique.

d) Pour chaque valeur propre de A, donner une base du sous-espace propre qui lui est associé.

e) Est-ce que A est diagonalisable ? si non, justifier. Si oui, donner une matrice P qui diagonalise A ainsi que la matrice diagonale D associée.

f) Soit $T : V^3 \longrightarrow V^3$ une application linéaire telle que

$[T]_C = A$ où $C = (\vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$

Donner une interprétation géométrique de T.

Exercice 4: (4 points)

Rotation

a) A^{1000} et e^A ; avec $e^A = \sum \frac{A^i}{i!}$;

$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}$

b) Donner des objectifs de la diagonalisation

LAUREATE SOMED EDUCATION HOLDING • Zénith Millénium, Bâtiment 6, Lot Attawfiq, Sidi Mâarouf Casablanca • Tél : 05 29 02 37 00 • Fax : 05 22 78 61 04

Capital social: 111, 830,000.00 dhs • Taxe professionnelle 37983111 • N°RC 214245 • N°IF 40192279

| www.uic.ac.ma |